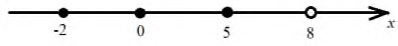
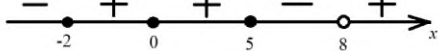


Предмет	Математика (профильный уровень), ЕГЭ 2023
Задание №	14
Тема	Решение неравенств методом интервалов
Уровень сложности	Повышенный

Одним из основных методов решения неравенств (задание 14 ЕГЭ профильного уровня по математике) является метод интервалов. Напомним его применение к решению **дробно-рациональных** неравенств на примере неравенства $x^3 + 5x^2 + \frac{30x^2 + x - 8}{x - 8} \leq 1$.

Шаги алгоритма	Пример
1. Перенести все выражения, входящие в неравенство, в одну его часть (пусть в левую).	$x^3 + 5x^2 + \frac{30x^2 + x - 8}{x - 8} - 1 \leq 0$
2. Представить выражение в виде рациональной дроби, числитель и знаменатель которой являются произведениями одночленов, двучленов и неразложимых на множители трёхчленов.	$\frac{x^2(x - 5)(x + 2)}{x - 8} \leq 0$
3. Найти нули числителя и знаменателя и отметить их на числовой прямой. Помните , что нули знаменателя всегда изображаются выколотыми точками. Нули числителя изображаются закрашенными точками, только если знак неравенства нестрогий (\leq или \geq).	
4. Отмеченные на числовой прямой точки разбивают её на числовые промежутки, в которых знак выражения, стоящего в левой части неравенства, постоянен. Для определения знака выражения на каждом интервале можно использовать: - метод непосредственной проверки знака левой части подстановкой в него контрольного значения из каждого интервала; - правило чередования знаков для рациональных выражений, представленных в виде произведения степеней различных линейных множителей.	$x = 10 \Rightarrow \frac{10^2(10-5)(10+2)}{10-8} > 0$ $x = 6 \Rightarrow \frac{6^2(6-5)(6+2)}{6-8} < 0$ $x = 1 \Rightarrow \frac{1^2(1-5)(1+2)}{1-8} > 0$ $x = -1 \Rightarrow \frac{(-1)^2(-1-5)(-1+2)}{-1-8} > 0$ $x = -3 \Rightarrow \frac{(-3)^2(-3-5)(-3+2)}{-3-8} < 0$ 
5. Вынести в ответ те точки и интервалы, которые соответствуют знаку неравенства.	$x \in (-\infty; -2] \cup \{0\} \cup [5; 8)$

Данный алгоритм применим к тем неравенствам, которые могут быть сведены к дробно-рациональным методом замены переменной или использованием приёма рационализации. Если сведение к дробно-рациональному неравенству невозможно или трудоёмко, то можно использовать обобщённый метод интервалов. Представить неравенство в виде $f(x) \geq (\leq, >, <) 0$. Найти область определения функции и отметить её на числовой прямой. Далее отметить нули функции. Т. к. нули функции и точки разрыва разбивают область определения на интервалы, в каждом из которых функция сохраняет знак, то достаточно определить знак функции в каждом полученном интервале. Выбрать и записать в ответ те промежутки, которые удовлетворяют неравенству.

Важно помнить!

1. Правило чередования знаков применимо только к рациональным неравенствам. В остальных случаях требуется проверка знака на каждом промежутке.
2. Не совершайте никаких преобразований неравенства (кроме переноса слагаемого из одной части в другую) до нахождения его области допустимых значений, т. к. эти преобразования могут её изменить.
3. Расставляйте знаки функции только на промежутках её области определения. За пределами этой области функция не существует.
4. Обращайте внимание на строгость неравенства. От этого зависит, включать ли нули функции в его решение или нет.
5. Если применение метода интервалов было промежуточным этапом решения неравенства, то не забудьте вернуться к исходной переменной и продолжить решение.